

DOCENTE: Alejandra M Marta R	ASIGNATURA: Trigonometría	CURSOS: 1001 – 1002 JT
CÓDIGO: II – 09 – 16 – 08 – 2021	TEMA: GUÍA N° 9. Funciones Trigonómicas inversas y Triángulos Rectángulos	

I. INTRODUCCIÓN

Queridos estudiantes, reciban un cordial y afectuoso saludo, espero todos se encuentren bien en sus hogares, junto a sus familias.

Para las semanas del 16 al 27 de agosto desarrollarán la guía correspondiente al contenido: “***Funciones Trigonómicas inversas y Triángulos Rectángulos***” contenido a desarrollar en el transcurso de las siguientes dos semanas. Es importante, realizar la lectura de la conceptualización contenida en la guía y registrar los ejemplos evidenciados en la misma.

Asimismo, la guía de la semana se subirá a través de la plataforma Classroom, para ser desarrollada y enviada de vuelta mediante la misma aplicación. El plazo máximo de entrega es el miércoles 25 de agosto de 2021.

Quedo atenta a cualquier duda e inquietud, las cuales serán resueltas por medio del correo matematicas2021.citi.jt@gmail.com o al WhatsApp 311 5477015.

Muchas gracias por su atención y disposición para cumplir con el proceso escolar desde casa.

Cordialmente

Alejandra Milena Marta R
Lic. en Matemáticas UPN
Magister en Educación PUJ
Colegio Instituto Técnico Internacional IED.

IMPORTANTE TENER EN CUENTA PARA EL DESARROLLO Y ENVÍO DE ACTIVIDADES

1. El estudiante debe escribir la parte de conceptualización, contenida en la guía.
2. En la parte superior de TODAS las hojas de la actividad que se va a enviar, escribir con esfero nombre, apellido, curso y cada hoja numerarla.
3. Si no se utiliza CamScanner o alguna aplicación similar, por favor, tomar fotos nítidas que faciliten la revisión de las actividades.
4. Las actividades deben ser enviadas por Classroom. Enlace que se envió a través del correo institucional.
5. La actividad debe ser desarrollada por el estudiante, es decir, a puño y letra de este. No se permite editor de ecuaciones u otras aplicaciones que sistematicen las respuestas de las guías enviadas.

II. CONCEPTUALIZACIÓN

1. DESEMPEÑO PARA EVALUAR

- Hace uso de la calculadora para determinar el valor de las razones trigonométricas y ángulos.

DOCENTE: Alejandra M Marta R	ASIGNATURA: Trigonometría	CURSOS: 1001 – 1002 JT
CÓDIGO: II – 09 – 16 – 08 – 2021	TEMA: GUÍA N° 9. Funciones Trigonométricas inversas y Triángulos Rectángulos	

2. CONCEPTOS GENERALES

Funciones Trigonométricas inversas y Triángulos Rectángulos (Stewart, Redlin, & Watson, 2012)

En estos dominios restringidos podemos definir una inversa para cada una de estas funciones. Por la definición de función inversa tenemos

$\text{sen}^{-1} x = y$	\Leftrightarrow	$\text{sen } y = x$
$\text{cos}^{-1} x = y$	\Leftrightarrow	$\text{cos } y = x$
$\text{tan}^{-1} x = y$	\Leftrightarrow	$\text{tan } y = x$

Resumimos los dominios y rangos de las funciones trigonométricas inversas en el siguiente cuadro.

LAS FUNCIONES SEÑO INVERSO, COSENO INVERSO Y TANGENTE INVERSA

Las funciones seno, coseno y tangente en los dominios restringidos $[-\pi/2, \pi/2]$, $[0, \pi]$, y $(-\pi/2, \pi/2)$, respectivamente, son biunívocas y por tanto tienen inversas. Las funciones inversas tienen dominio y rango como sigue.

Función	Dominio	Rango
$\text{sen}^{-1} x$	$[-1, 1]$	$[-\pi/2, \pi/2]$
$\text{cos}^{-1} x$	$[-1, 1]$	$[0, \pi]$
$\text{tan}^{-1} x$	\mathbb{R}	$(-\pi/2, \pi/2)$

Las funciones $\text{sen}^{-1} x$, $\text{cos}^{-1} x$ y $\text{tan}^{-1} x$ a veces reciben el nombre de **arcseno**, **arccoseno** y **arctangente**, respectivamente.

Como éstas son funciones inversas, invierten la regla de la función original. Por ejemplo, como $\text{sen } \pi/6 = \frac{1}{2}$, se concluye que $\text{sen}^{-1} \frac{1}{2} = \pi/6$. El siguiente ejemplo da más ilustraciones.

EJEMPLO 1 | Evaluación de funciones trigonométricas inversas

Encuentre el valor exacto.

- (a) $\text{sen}^{-1} \frac{\sqrt{3}}{2}$ (b) $\text{cos}^{-1}(-\frac{1}{2})$ (c) $\text{tan}^{-1} 1$

DOCENTE: Alejandra M Marta R	ASIGNATURA: Trigonometría	CURSOS: 1001 – 1002 JT
CÓDIGO: II – 09 – 16 – 08 – 2021	TEMA: GUÍA N° 9. Funciones Trigonométricas inversas y Triángulos Rectángulos	

SOLUCIÓN

- (a) El ángulo en el intervalo $[-\pi/2, \pi/2]$ cuyo seno es $\sqrt{3}/2$ es $\pi/3$. Por lo tanto, $\text{sen}^{-1}(\sqrt{3}/2) = \pi/3$.
- (b) El ángulo en el intervalo $[0, \pi]$ cuyo coseno es $-\frac{1}{2}$ es $2\pi/3$. Por lo tanto, $\text{cos}^{-1}(-\frac{1}{2}) = 2\pi/3$.
- (c) El ángulo en el intervalo $[-\pi/2, \pi/2]$ cuya tangente es 1 es $\pi/4$. Por lo tanto, $\text{tan}^{-1} 1 = \pi/4$.

EJEMPLO 2 | Evaluación de funciones trigonométricas inversas

Encuentre valores para la expresión dada.

- (a) $\text{sen}^{-1}(0.71)$
- (b) $\text{tan}^{-1}(2)$
- (c) $\text{cos}^{-1}(2)$

SOLUCIÓN Usamos calculadora para aproximar estos valores.

- (a) Usando las teclas **INV** **SIN** o **SIN⁻¹** o **ARC** **SIN** de la calculadora (puesta en el modo de radianes), obtenemos

$$\text{sen}^{-1}(0.71) \approx 0.78950$$

- (b) Usando las teclas **INV** **TAN** o **TAN⁻¹** o **ARC** **TAN** de la calculadora (puesta en el modo de radianes), obtenemos

$$\text{tan}^{-1} 2 \approx 1.10715$$

- (c) Como $2 > 1$, no está en el dominio de $\text{cos}^{-1} x$, de modo que $\text{cos}^{-1} x$ no está definido.

EJEMPLO 3 | Hallar un ángulo en un triángulo rectángulo

Encuentre el ángulo θ en el triángulo que se ve en la Figura

SOLUCIÓN Como θ es el ángulo opuesto al lado de longitud 10 y la hipotenusa tiene longitud 50, tenemos

$$\text{sen } \theta = \frac{10}{50} = \frac{1}{5} \quad \text{sen } \theta = \frac{\text{op } \theta}{\text{hip}}$$

Ahora podemos usar $\text{sen}^{-1}(\frac{1}{5})$ para hallar θ :

$$\theta = \text{sen}^{-1} \frac{1}{5} \quad \text{Definición de } \text{sen}^{-1} x$$

$$\theta \approx 11.5^\circ \quad \text{Calculadora (en modo de grados)}$$



DOCENTE: Alejandra M Marta R	ASIGNATURA: Trigonometría	CURSOS: 1001 – 1002 JT
CÓDIGO: II – 09 – 16 – 08 – 2021	TEMA: GUÍA N° 9. Funciones Trigonométricas inversas y Triángulos Rectángulos	

EJEMPLO 4 | Solución de un ángulo en un triángulo rectángulo

Una escalera de 40 pies se apoya contra un edificio. Si la base de la escalera está a 6 pies de la base del edificio, ¿cuál es el ángulo formado por la escalera y el edificio?

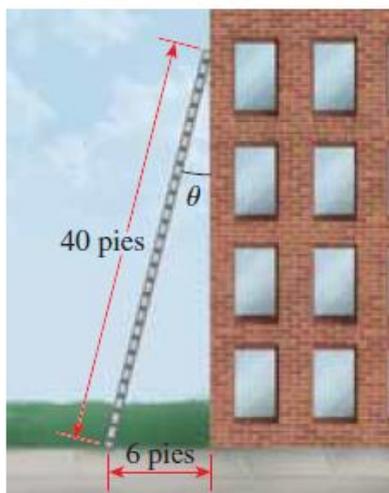
SOLUCIÓN Primero trazamos un diagrama como en la Figura 3. Si θ es el ángulo entre la escalera y el edificio, entonces

$$\text{sen } \theta = \frac{6}{40} = 0.15 \quad \text{sen } \theta = \frac{\text{op } a \theta}{\text{hip}}$$

A continuación usamos $\text{sen}^{-1}(0.15)$ para hallar θ :

$$\theta = \text{sen}^{-1}(0.15) \quad \text{Definición de } \text{sen}^{-1}$$

$$\theta \approx 8.6^\circ \quad \text{Calculadora (en modo de grados)}$$



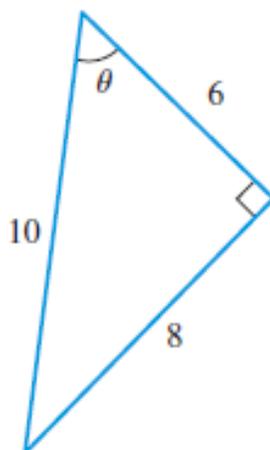
III. ACTIVIDADES POR DESARROLLAR

- Las funciones seno inverso, coseno inverso y tangente inversa tienen los siguientes dominios y rangos.
 - La función $\text{sen}^{-1} x$ tiene dominio ____ y rango ____.
 - La función $\text{cos}^{-1} x$ tiene dominio ____ y rango ____.
 - La función $\text{tan}^{-1} x$ tiene dominio ____ y rango ____.

DOCENTE: Alejandra M Marta R	ASIGNATURA: Trigonometría	CURSOS: 1001 – 1002 JT
CÓDIGO: II – 09 – 16 – 08 – 2021	TEMA: GUÍA N° 9. Funciones Trigonométricas inversas y Triángulos Rectángulos	

2. En el triángulo mostrado, podemos hallar el ángulo θ como sigue:

- (a) $\theta = \sin^{-1} \frac{\quad}{\quad}$
- (b) $\theta = \cos^{-1} \frac{\quad}{\quad}$
- (c) $\theta = \tan^{-1} \frac{\quad}{\quad}$



3-6 ■ Encuentre el valor exacto de cada expresión, si está definida.

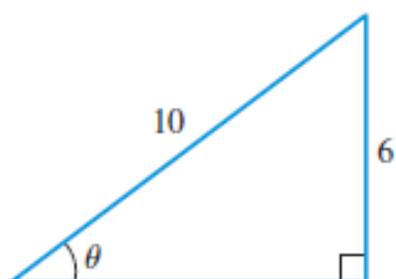
3. (a) $\sin^{-1} \frac{1}{2}$ (b) $\cos^{-1} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ (c) $\tan^{-1}(-1)$
4. (a) $\sin^{-1} \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ (b) $\cos^{-1} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$ (c) $\tan^{-1}(-\sqrt{3})$
5. (a) $\sin^{-1} \left(-\frac{1}{2} \right)$ (b) $\cos^{-1} \frac{1}{2}$ (c) $\tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}}{3} \right)$
6. (a) $\sin^{-1}(-1)$ (b) $\cos^{-1} 1$ (c) $\tan^{-1} 0$

7-14 ■ Use calculadora para hallar un valor aproximado de cada expresión, redondeado a cinco lugares decimales, si está definido.

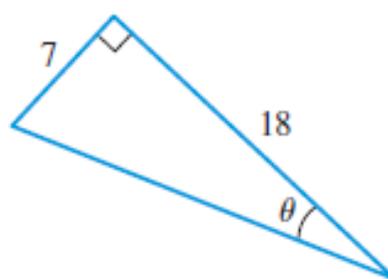
7. $\sin^{-1}(0.45)$ 8. $\cos^{-1}(-0.75)$
9. $\cos^{-1} \left(-\frac{1}{4} \right)$ 10. $\sin^{-1} \frac{1}{3}$
11. $\tan^{-1} 3$ 12. $\tan^{-1}(-4)$
13. $\cos^{-1} 3$ 14. $\sin^{-1}(-2)$

15-20 ■ Encuentre el ángulo θ en grados, redondeado a un decimal.

15.



16.



DOCENTE: Alejandra M Marta R

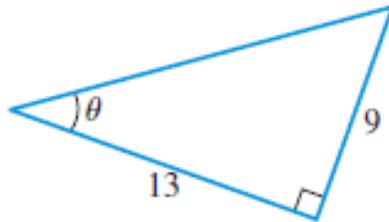
ASIGNATURA: Trigonometría

CURSOS: 1001 – 1002 JT

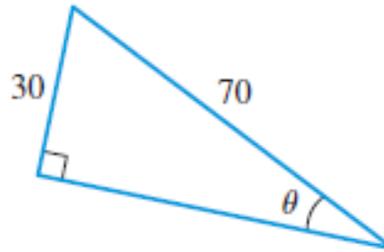
CÓDIGO: II – 09 – 16 – 08 – 2021

TEMA: GUÍA N° 9. Funciones Trigonométricas inversas y Triángulos Rectángulos

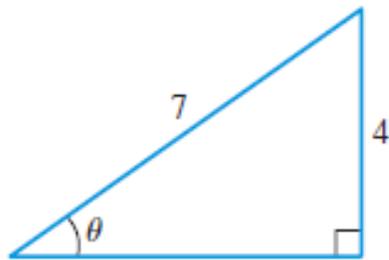
17.



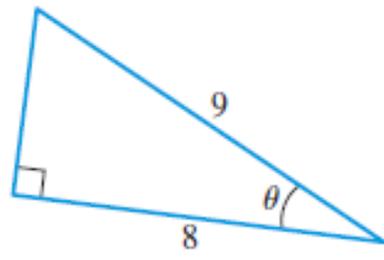
18.



19.



20.



21-26 ■ Encuentre todos los ángulos θ entre 0° y 180° que satisfagan la ecuación dada.

21. $\text{sen } \theta = \frac{1}{2}$

22. $\text{sen } \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

23. $\text{sen } \theta = 0.7$

24. $\text{sen } \theta = \frac{1}{4}$

25. $\text{cos } \theta = 0.7$

26. $\text{cos } \theta = \frac{1}{9}$

IV. AUTOEVALUACION

1. Analiza y responde en tu cuaderno las siguientes preguntas:

- ¿Qué aprendiste?
- ¿Se te facilitaron los temas desarrollados en la guía?
- ¿Qué se te facilitó?, ¿qué se te dificultó?
- ¿Necesitas refuerzo?

2. Con respecto a la guía

- ¿La guía fue clara?
- ¿Fácil de comprender?
- ¿Requieres de más ejemplos?

V. BIBLIOGRAFIA



COLEGIO INSTITUTO TÉCNICO INTERNACIONAL IED
P.E.I. EDUCACIÓN EN TECNOLOGÍA Y SU INFLUENCIA EN LA CALIDAD DE VIDA



DOCENTE: Alejandra M Marta R	ASIGNATURA: Trigonometría	CURSOS: 1001 – 1002 JT
CÓDIGO: II – 09 – 16 – 08 – 2021	TEMA: GUÍA N° 9. Funciones Trigonométricas inversas y Triángulos Rectángulos	