COLEGIO INSTITUTO TÉCNICO INTERNACIONAL IED **P.E.I. EDUCACIÓN EN TECNOLOGÍA Y SU INFLUENCIA EN LA CALIDAD DE VIDA**		
DOCENTE: Alejandra M Marta R	**ASIGNATURA:** Trigonometría	**CURSOS:** 1001 - 1002 JT
CÓDIGO: I - 05-12-04-2021	**TEMA:** GUIA N° 5. Trigonometría de Triángulos Rectángulos	

I. INTRODUCCIÓN

Queridos estudiantes, reciban un cordial y afectuoso saludo, espero todos se encuentren bien en sus hogares, junto a sus familias.

Para la semana del 12 al 16 de abril del año en curso programé clase a través de Meet, la invitación llegará a los correos institucionales de los estudiantes. La idea es generar un encuentro, en el cual, se realizará la explicación de "***Trigonometría de Triángulos Rectángulos***" contenido a desarrollar en la semana.

Asimismo, la guía de la semana se subirá a través de la plataforma Classroom, para ser desarrollada y enviada de vuelta mediante la misma aplicación. El plazo máximo de entrega es el martes 20 de abril de 2021.

Quedo atenta a cualquier duda e inquietud, las cuales serán resueltas por medio del correo matematicas2021.citi.jt@gmail.com o al WhatsApp 311 5477015.

Muchas gracias por su atención y disposición para cumplir con el proceso escolar desde casa.

Cordialmente

Alejandra Milena Marta R
Lic. en Matemáticas UPN
Magister en Educación PUJ
Colegio Instituto Técnico Internacional IED.

IMPORTANTE TENER EN CUENTA PARA EL DESARROLLO Y ENVIO DE ACTIVIDADES

1. El estudiante debe escribir la parte de conceptualización, contenida en la guía.
2. En la parte superior de TODAS las hojas de la actividad que se va a enviar, escribir con esfero nombre, apellido, curso y cada hoja numerarla.
3. Si no se utiliza camscanner o alguna aplicación similar, por favor, tomar fotos nítidas que faciliten la revisión de las actividades.
4. Las actividades deben ser enviadas por Classroom. Enlace que se envió a través del correo institucional.
5. La actividad debe ser desarrollada por el estudiante, es decir, a puño y letra de este. No se permite editor de ecuaciones u otras aplicaciones que sistematicen las respuestas de las guías enviadas.

II. CONCEPTUALIZACION

1. DESEMPEÑO PARA EVALUAR

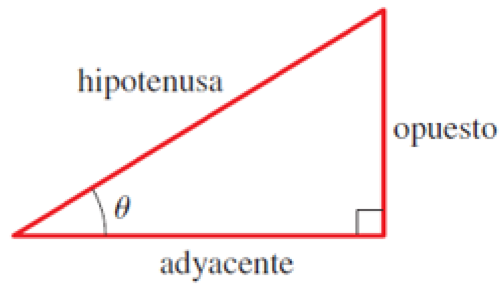
- Determinar los valores de las funciones trigonométricas de los principales ángulos a partir de triángulos rectángulos.

2. CONCEPTOS GENERALES

TRIGONOMETRÍA DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS (Stewart, Redlin, & Watson, 2012)
A continuación, se estudiarán las relaciones entre los lados de triángulos rectángulos llamadas relaciones trigonométricas y varias aplicaciones.

Relaciones trigonométricas

Considera un triángulo rectángulo con θ como uno de sus ángulos agudos. Las relaciones trigonométricas se definen como sigue

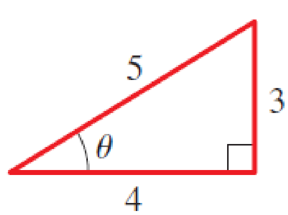


LAS RELACIONES TRIGONOMÉTRICAS

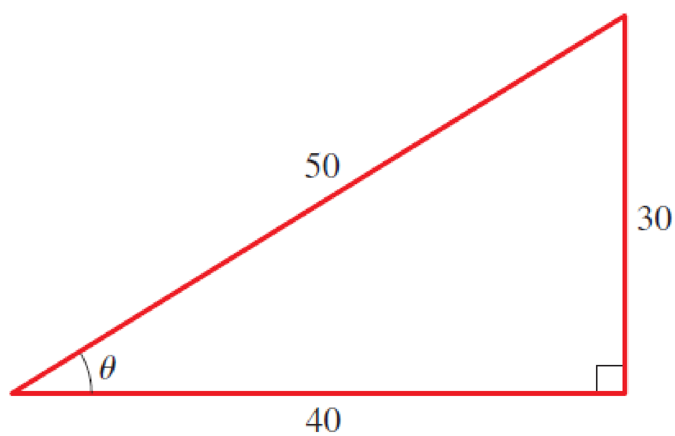
$$\operatorname{sen}\theta = \frac{\text{opuesto}}{\text{hipotenusa}} \qquad \cos\theta = \frac{\text{adyacente}}{\text{hipotenusa}} \qquad \tan\theta = \frac{\text{opuesto}}{\text{adyacente}}$$

$$\csc\theta = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{opuesto}} \qquad \sec\theta = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{adyacente}} \qquad \cot\theta = \frac{\text{adyacente}}{\text{opuesto}}$$

Los símbolos que se usan para esas relaciones son abreviaturas de sus nombres completos: **seno, coseno, tangente, cosecante, secante, cotangente**. Como dos triángulos rectángulos cualesquiera con ángulo θ son semejantes, estas relaciones son iguales, cualquiera que sea el tamaño del triángulo; las relaciones trigonométricas dependen sólo del ángulo θ.



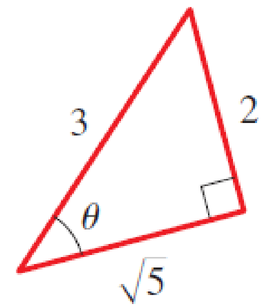
$\operatorname{sen}\theta = \frac{3}{5}$



$\operatorname{sen}\theta = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$

Ejemplo 1 Hallar relaciones trigonométricas

Encuentra las seis relaciones trigonométricas del ángulo θ.



La grafica muestra que:

Cateto opuesto = 2 ***Cateto adyacente*** = $\sqrt{5}$ ***Hipotenusa*** = 3

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{2}{3} \qquad \cos\theta = \frac{\sqrt{5}}{3} \qquad \tan\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\csc\theta = \frac{3}{2} \qquad \sec\theta = \frac{3}{\sqrt{5}} \qquad \cot\theta = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

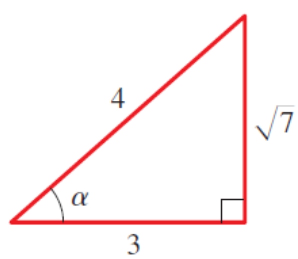
Ejemplo 2 Hallar relaciones trigonométricas

Si $\cos \alpha = \frac{3}{4}$, traza un triángulo rectángulo con ángulo agudo α y encuentre las otras cinco relaciones trigonométricas de α.

Como cos α está definido como la relación entre el cateto adyacente y la hipotenusa, trazamos un triángulo con hipotenusa de longitud 4 y un lado de longitud 3 que es el cateto adyacente a α. Si el lado opuesto es x, entonces por el Teorema de Pitágoras:

$$3^2 + x^2 = 4^2$$
$$x^2 = 4^2 - 3^2$$
$$x^2 = 16 - 9$$
$$x^2 = 7$$
$$x = \sqrt{7}$$

Por lo tanto, el cateto opuesto es igual $\sqrt{7}$

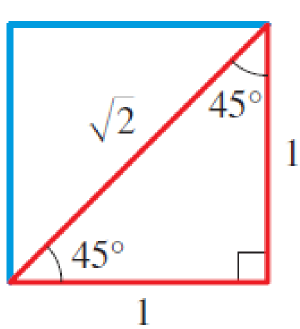


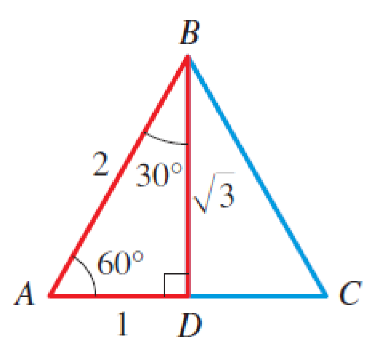
Para hallar las relaciones.

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{\sqrt{7}}{4} \qquad \cos\alpha = \frac{3}{4} \qquad \tan\alpha = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

$$\csc\alpha = \frac{4}{\sqrt{7}} \qquad \sec\alpha = \frac{4}{3} \qquad \cot\alpha = \frac{3}{\sqrt{7}}$$

Triángulos especiales





Valores de las relaciones trigonométricas para ángulos de 30°, 60° y 45°.

θ en grados	θ en radianes	sen θ	cos θ	tan θ	csc θ	sec θ	cot θ
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	2	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$
45°	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	1
60°	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	2	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

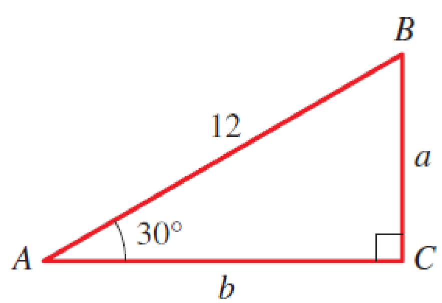
Es útil recordar estas relaciones trigonométricas especiales porque se presentan con frecuencia. Desde luego, pueden recordarse fácilmente si recordamos los triángulos de los que se obtienen.

Aplicaciones de trigonometría de triángulos rectángulos

Un triángulo tiene seis partes: tres ángulos y tres lados. **Resolver un triángulo** significa determinar todas sus partes a partir de la información conocida acerca del triángulo, es decir, determinar las longitudes de los tres lados y las medidas de los tres ángulos.

Ejemplo 3 Resolver un triángulo rectángulo

Resuelve el triángulo *ABC*



Es evidente que $\angle B = 60°$. Para hallar a, buscamos una ecuación que relacione a con las longitudes y ángulos que ya conocemos. En este caso, tenemos $sen\ 30° = \frac{a}{12}$, de modo que:

$$a = 12 \text{ sen } 30° = 12\left(\tfrac{1}{2}\right) = 6$$

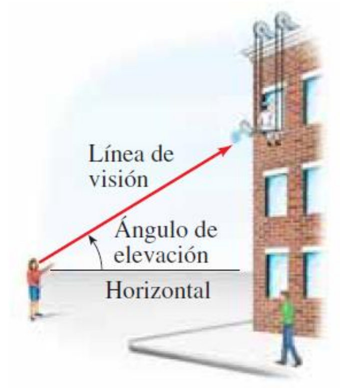
Análogamente, $cos\ 30° = \frac{b}{12}$, entonces

$$b = 12 \cos 30° = 12\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 6\sqrt{3}$$

La capacidad para resolver triángulos rectángulos con el uso de relaciones trigonométricas es fundamental para numerosos problemas en navegación, topografía, astronomía y las medidas de distancias. Las aplicaciones que se consideran en esta actividad siempre comprenden triángulos rectos, pero, como veremos en contenidos posteriores, la trigonometría también es útil para resolver triángulos que no son rectángulos.

Para examinar los siguientes ejemplos, necesitamos alguna terminología. Si un observador está viendo un objeto, entonces la recta que va de sus ojos al objeto se llama línea de visión. Si el objeto que es observado está arriba de la horizontal, entonces el ángulo entre la línea de visión y la horizontal recibe el nombre de

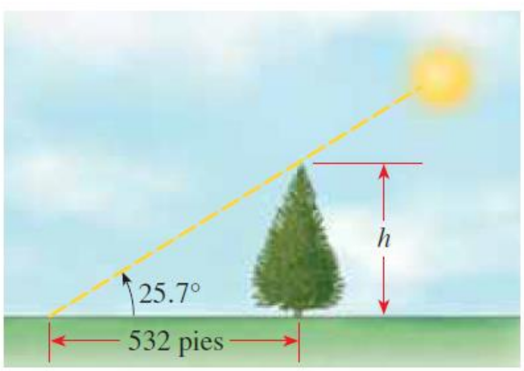
ángulo de elevación; si está debajo de la horizontal, entonces el ángulo entre la línea de visión y la horizontal se denomina ***ángulo de depresión***. En algunos de los ejemplos y ejercicios de esta guía, los ángulos de elevación y de depresión se darán para un observador hipotético al nivel del suelo. Si la línea de visión sigue un objeto físico, por ejemplo, un plano inclinado o una ladera, usamos el término ángulo de inclinación.



El ejemplo siguiente nos da una importante aplicación de trigonometría al problema de mediciones: medimos la altura de un árbol alto sin tener que subir a él. Aun cuando el ejemplo es sencillo, el resultado es fundamental para entender la forma en que se aplican relaciones trigonométricas a problemas como éste.

Ejemplo 4 Hallar la altura de un árbol

Un pino proyecta una sombra de 532 pies de largo. Encuentre la altura del árbol si el ángulo de elevación del Sol es 25,7°.



Sea h la altura del árbol.

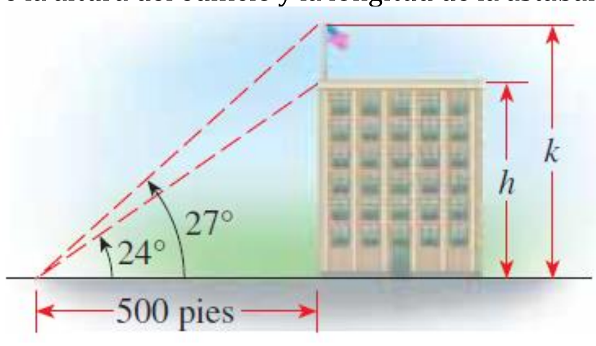
$$\frac{h}{532} = \tan 25.7^\circ$$

$$h = 532 \tan 25.7^\circ$$

$$\approx 532(0.48127) \approx 256$$

Ejemplo 5 Hallar la altura de un árbol

Desde un punto en el suelo a 500 pies de la base de un edifico, un observador encuentra que el ángulo de elevación a lo alto del edificio es 24° y que el ángulo de elevación a lo alto de una astabandera que está en el edificio es de 27°. Encuentre la altura del edificio y la longitud de la astabandera.



La altura del edificio se encuentra en la misma forma en que hallamos la altura del árbol, del ejercicio anterior.

$$\frac{h}{500} = \tan 24°$$

$$h = 500 \tan 24°$$

$$\approx 500(0.4452) \approx 223$$

La altura del edificio es aproximadamente 223 pies. Para hallar la altura de la astabandera, encontremos primero la altura desde el suelo a lo alto de la asta:

$$\frac{k}{500} = \tan 27°$$

$$k = 500 \tan 27°$$

$$\approx 500(0.5095)$$

$$\approx 255$$

Para hallar la longitud de la astabandera, restamos h de k. Por lo tanto, la longitud del asta es aproximadamente 255 – 223 = 32 pies.

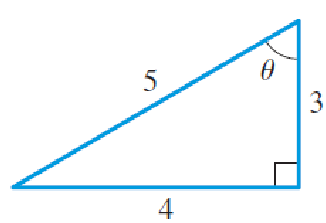
III. ACTIVIDADES POR DESARROLLAR

1. Las identidades recíprocas dicen que:

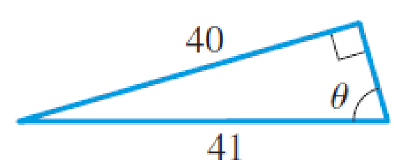
$$\csc\theta = \frac{1}{\square} \qquad \sec\theta = \frac{1}{\square} \qquad \cot\theta = \frac{1}{\square}$$

2. Encuentra los valores exactos de las seis relaciones trigonométricas del ángulo θ en el triángulo.

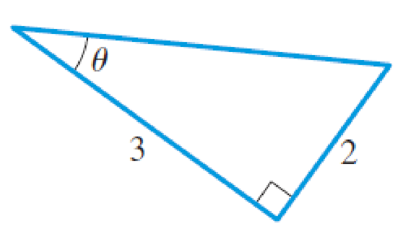
a.



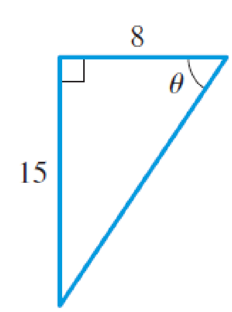
b.



c.



d.



COLEGIO INSTITUTO TÉCNICO INTERNACIONAL IED **P.E.I. EDUCACIÓN EN TECNOLOGÍA Y SU INFLUENCIA EN LA CALIDAD DE VIDA**		
DOCENTE: Alejandra M Marta R	**ASIGNATURA:** Trigonometría	**CURSOS:** 1001 - 1002 JT
CÓDIGO: I - 05-12-04-2021	**TEMA:** GUIA N° 5. Trigonometría de Triángulos Rectángulos	

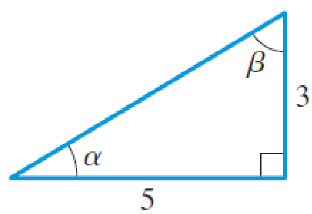
3. Encuentra:

$\operatorname{sen} \alpha$ y $\cos \beta$.

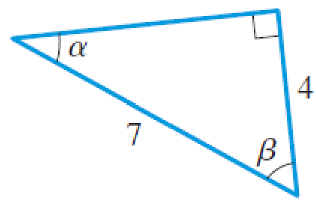
$\tan \alpha$ y $\cot \beta$.

$\sec \alpha$ y $\csc \beta$.

a.

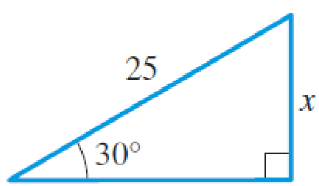


b.

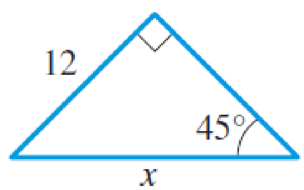


4. Encuentra el lado marcado como *x*.

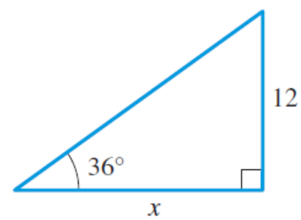
a.



b.



c.



5. Trace un triángulo que tenga ángulo agudo θ, y encuentre las otras cinco relaciones trigonométricas de θ.

a. $\cos \theta = \frac{9}{40}$

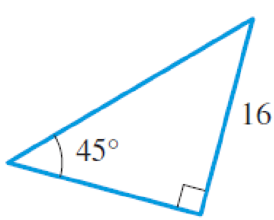
b. $\sec \theta = \frac{7}{2}$

c. $\tan \theta = \sqrt{3}$

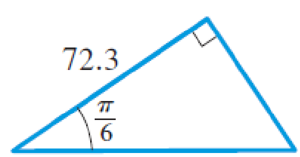
d. $\csc \theta = \frac{13}{12}$

6. Resuelve el triángulo rectángulo.

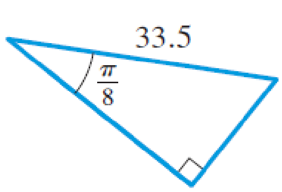
a.



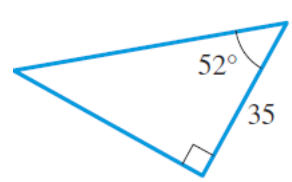
b.



c.



d.



7. Resolución de problemas

a. Altura de un edificio: Se encuentra que el ángulo de elevación de lo alto del edificio Empire State de Nueva York es de 11° desde el suelo, a una distancia de 1 milla de la base del edificio. Usando esta información, encuentra la altura del edificio Empire State.

b. Arco de Entrada: Un avión está volando a la vista del Arco de Entrada (Gateway Arch) de St. Louis, Missouri, a una elevación de 35,000 pies. Al piloto le gustaría estimar su distancia desde el Gateway Arch; encuentra que el ángulo de depresión a un punto en el suelo abajo del arco es de 22°. ¿Cuál es la distancia entre el avión y el arco? ¿Cuál es la distancia entre un punto en el suelo directamente bajo el avión y el arco?

IV. AUTOEVALUACION

1. Analiza y responde en tu cuaderno las siguientes preguntas:

- ¿Qué aprendiste?
- ¿Se te facilitaron los temas desarrollados en la guía?
- ¿Qué se te facilitó?, ¿qué se te dificultó?
- ¿Necesitas refuerzo?

2. Con respecto a la guía

- ¿La guía fue clara?
- ¿Fácil de comprender?
- ¿Requieres de más ejemplos?

V. BIBLIOGRAFIA

Stewart, J., Redlin, L., & Watson, S. (2012). *Precálculo. Matematicas para el Cáculo* (6° ed.). México D.F.: Cengage Learning.